

文章编号: 1000-8055(2009)12-2784-05

仿真结果距离检验方法和 TIC 方法对比分析

傅惠民, 陈建伟

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 针对仿真结果动态一致性的检验, 将距离检验方法和 TIC (Theil's inequality coefficient) 方法进行了对比分析. 距离检验方法可以在一定显著性水平下给出一致性检验的拒绝域, 在时域内实现了定量检验. TIC 方法的检验指标是 TIC 系数, 经过研究发现, TIC 系数的计算结果可以通过坐标原点的选取而进行人为调整, 大大增加了误判的可能性, 所以 TIC 方法既不能定量检验, 也不能有效的定性检验. 对比研究表明: 距离检验方法不受量纲、坐标原点选取等因素影响, 其检验结果具有更高的可信性.

关 键 词: 仿真结果; 动态一致性; 距离检验法; TIC (Theil's inequality coefficient) 方法

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

Comparison between distance test method and TIC method for simulation results

FU Hui-min, CHEN Jian-wei

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: According to dynamic consistency test of simulation results, comparative analysis of distance test method and TIC (Theil's inequality coefficient) method was given. As the rejection regions for dynamic simulation result test were obtained at a given level of significance by the distance test method, quantitative test of dynamic consistency was realized. TIC coefficient was used to test the simulation result consistency, but the coefficient could be affected by selection of coordinate origin, causing possibly misjudgement. Therefore, the method cannot realize quantitative test, nor realize effectively qualitative test. The comparative analysis shows that the distance test method will not be affected by dimension and selection of coordinate origin, and reach a high credibility of test results.

Key words: simulation result; dynamic consistency; distance test method; TIC (Theil's inequality coefficient) method

仿真技术在航空、航天、核工业、电力等领域都有着广泛的应用, 但是仿真结果的正确性和可信性长期受到质疑, 严重制约了仿真技术的发展. 如果仿真不正确, 极有可能产生严重的误导后果, 从而导致重大的损失和浪费. 工程中最直接、最基本的检验方法就是检验在相同输入条件下仿真试

验输出结果和实际试验输出结果之间是否一致. 根据输出结果的不同分为动态一致性检验和静态一致性检验, 仿真结果动态一致性检验分析与处理的难度较大, 工程中一直未能得到很好解决.

距离检验方法和 TIC (Theil's inequality coefficient) 方法都是时域内仿真结果动态一致性检

收稿日期: 2009-09-21; 修订日期: 2009-10-15

基金项目: 国家自然科学基金(10472006); 北京市教育委员会共建项目(XK100060418)

作者简介: 傅惠民(1956-), 男, 浙江遂昌人, “长江学者”特聘教授, 博士, 主要从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法及可靠性研究.

验方法,其中 TIC 方法是目前工程中常用的仿真结果动态一致性的检验方法^[1-4],但是,该方法所采用检验统计量的统计特性无法确定,工程中一般将其作为定性方法使用.对此,文献[5]建立了仿真结果动态一致性距离检验方法,能够在一定的显著性水平下给出检验拒绝域,实现了时域内仿真结果动态一致性的定量检验.文献[6]进一步提出了动态仿真结果相关性检验和分析方法,该方法能分析和判断样本序列在哪些时段已被正确仿真,在哪些时段尚未被正确模拟,从而指导仿真软件的编制和修改.本文针对 TIC 方法和距离检验方法,从理论层次上对其检验原理、特点进行对比分析,进一步指出 TIC 方法中存在的问题,并给出一个对比验证算例.

1 距离检验方法和 TIC 方法的对比分析

1.1 距离检验方法

仿真结果动态一致性距离检验方法是一种在相同的输入条件下,以实测试验结果与其仿真试验结果之间的平均马氏距离等为指标的一致性检验方法,其检验原理如下^[5]:

设 $X = \{x(1), x(2), \dots, x(n)\}^T$ 为样本序列 $\{x(t)\}$ 前 n 项所组成的向量, $Y = \{y(1), y(2), \dots, y(n)\}^T$ 为其对应仿真结果. $Y_i = \{y_i(1), y_i(2), \dots, y_i(n)\}^T$ 为第 i 个仿真样本, $i = 1, 2, \dots, m$. $\bar{Y} = \{\bar{y}(1), \bar{y}(2), \dots, \bar{y}(n)\}^T$ 为 m 个仿真样本的均值向量,则实测样本向量 X 与其仿真样本均值向量 $\bar{Y}$ 之间的平均马氏距离 $D_M(X, \bar{Y})$ 可以由下式给出

$$D_M(X, \bar{Y}) = \sqrt{\frac{1}{n} (X - \bar{Y})^T S^{-1} (X - \bar{Y})} \quad (1)$$

式中

$$\bar{Y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_i \quad (2)$$

$$S = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y})(Y_i - \bar{Y})^T \quad (3)$$

当实测样本向量 X 与其仿真样本向量 Y 均服从多维正态分布时,根据文献[5]可知

$$\frac{m(m-n)}{m^2-1} [D_M(X, \bar{Y})]^2 \sim F_{n, m-n} \quad (4)$$

因此,在给定的显著水平 α 下,若实测样本与其仿真样本均值之间的平均马氏距离满足下式

$$D_M(X, \bar{Y}) \geq \sqrt{\frac{m^2-1}{nm(m-n)}} F_{\alpha, n, m-n} \quad (5)$$

则可以断定两个时间序列之间的差异是显著的,即实测时间序列 X 的仿真结果 Y 不正确,详细的检验步骤可以参见文献[5].

若只关心时间序列的均值和方差,而不关心相关性是否被正确仿真,则可以采用文献[5]中平均标准化距离检验或平均欧氏距离检验.

1.2 TIC 方法

TIC 方法是在相同的输入条件下,根据实测样本和仿真样本所得的 TIC 系数为检验指标,依据该指标来衡量实测样本与其仿真结果的差异大小,以此判断仿真结果是否正确,具体原理如下:

根据实测样本和仿真样本数据,可得实测样本 X 与仿真样本均值 $\bar{Y}$ 之间的 TIC 系数 $\rho(x, y)$ 为

$$\rho(x, y) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [x(t) - \bar{y}(t)]^2}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [x(t)]^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [\bar{y}(t)]^2} \quad (6)$$

式中 $\bar{y}(t)$ 由式(2)可得.

可以证明, $0 \leq \rho(x, y) \leq 1$. 判断方法是如果 $\rho(x, y)$ 较小,接近于 0 则说明实测时间序列 X 与其仿真结果 Y 之间的差异小,如果 $\rho(x, y)$ 较大,接近于 1 则说明实测时间序列 X 与其仿真结果 Y 之间的差异大.由于 $\rho(x, y)$ 统计分布未确定,一般工程上认为该方法只能作为定性方法使用,并且工程中通常以 0.3 作为判定实测时间序列与其仿真结果是否一致的阈值,即若 $\rho(x, y) \leq 0.3$,则可以认为实测时间序列 X 与其仿真结果 Y 之间的差异不显著,否则认为两者之间存在显著差异,仿真结果不正确.

1.3 对比分析

由上述可知, TIC 方法不能对仿真结果动态一致性进行定量检验,只能用来定性检验.然而,经过深入研究发现, TIC 系数与坐标原点选取有关,无法形成统一的判定标准,所以该方法也不能有效地对仿真结果动态一致性进行定性检验,下面给出具体的对比分析.

由于实测样本向量 X 与其仿真样本均值向量 $\bar{Y}$ 可以由 n 维欧氏空间的两个点 $x_0 = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 和 $y_0 = (\bar{y}(1), \bar{y}(2), \dots, \bar{y}(n))$ 表示,图 1 给出了 TIC 系数在欧氏空间中与坐标

原点选取有关的几何意义示意图(以三维欧氏空间为例).

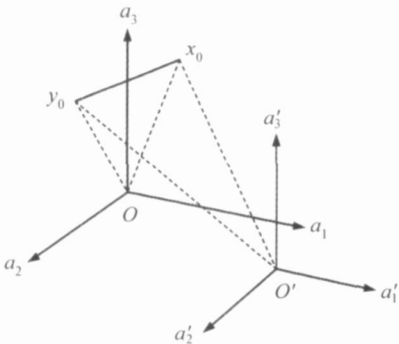


图 1 TIC 系数与坐标原点选取有关的几何意义示意图

Fig.1 Geometric meaning schematic diagram of relationship between TIC coefficient and selection of coordinate origin

根据欧氏空间距离的定义可知, x_0 和 y_0 之间的 TIC 系数 $\rho(x, y)$ 可以表示为

$$\rho(x, y) = \frac{|x_0 y_0|}{|Ox_0| + |Oy_0|} \tag{7}$$

式中

$$|x_0 y_0| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [x(t) - \bar{y}(t)]^2} \tag{8}$$

$$|Ox_0| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [x(t)]^2} \tag{9}$$

$$|Oy_0| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [\bar{y}(t)]^2} \tag{10}$$

为考察选取不同坐标原点对 TIC 系数的影响,如图 1 所示,将原坐标原点 O 平移到 O' ,根据欧氏距离的定义可知点 x_0 和点 y_0 之间的距离并不发生变化,所以根据式(7),此时 x_0 和 y_0 之间的 TIC 系数 $\rho(x, y)$ 可以表示为

$$\rho(x, y) = \frac{|x_0 y_0|}{|O'x_0| + |O'y_0|} \tag{11}$$

式中

$$|O'x_0| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [x'(t)]^2} \tag{12}$$

$$|O'y_0| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [\bar{y}'(t)]^2} \tag{13}$$

比较式(7)和(11)可知,两式分子相等.通过选取不同的坐标原点,可以使得两式分母满足

$|O'x_0| + |O'y_0| > |Ox_0| + |Oy_0|$ (如图 1 所示),则 $\rho(x, y) < \rho(x, y)$,即通过坐标原点的选取可以人为控制 TIC 系数,使其低于工程中常用的阈值 0.3,甚至无限接近于零,使其通过仿真结果动态一致性检验,也就是利用坐标原点的选取,任何仿真结果既可以让它通过检验,也可以不让它通过检验,这样就大大增加了误判的可能性,从而不能将 TIC 系数作为定性检验仿真结果动态一致性的依据.与之相比,距离检验方法采用实测样本序列与其仿真样本均值序列之间的平均马氏距离作为检验指标,根据平均马氏距离的性质^[7]可知,当选取不同的坐标原点时,实测样本序列 X 与仿真样本均值序列 $\bar{Y}$ 之间的平均马氏距离 $D_M(X, \bar{Y})$ 并不发生变化,并且该指标考虑了时间序列的相关性,具有线性变换不变性的特点,所以避免了量纲、坐标原点的选取对检验结果的影响,从根本上保证了检验结果的有效性.同时该平均马氏距离指标服从特定的统计分布,可以在一定的显著性水平下,给出检验的拒绝域,实现仿真结果一致性的定量检验.

2 算例分析

表 1 给出了一个实测时间序列数据 $x(t)$, $t = 1, 2, \dots, 20$. 表 2 给出了 50 次仿真得到的时间序列数据 $y_i(t)$, $t = 1, 2, \dots, 20$; $i = 1, 2, \dots, 50$.

表 1 实测样本数据
Table 1 Data of measured sample

t	$x(t)$	t	$x(t)$
1	10.01	11	10.15
2	11.26	12	7.33
3	9.00	13	6.19
4	9.09	14	5.68
5	9.44	15	5.86
6	9.09	16	5.63
7	8.73	17	5.56
8	8.68	18	5.64
9	9.04	19	5.70
10	9.05	20	6.36

表 2 仿真样本数据
Table 2 Data of simulation samples

<i>i</i>	<i>t</i>				
	1	2	...	19	20
1	9.55	11.63	...	6.98	5.56
2	8.99	11.08	...	7.90	6.21
3	9.94	11.54	...	6.59	6.91
4	8.76	12.50	...	5.64	6.43
5	9.58	9.59	...	6.43	5.16
6	10.30	9.92	...	5.92	5.52
7	9.64	10.43	...	6.21	4.98
8	9.41	10.27	...	8.72	6.09
9	10.63	12.06	...	7.12	5.10
10	9.58	9.59	...	6.43	5.16
...	...	...	...	...	...
40	8.99	11.08	...	7.90	6.21
41	9.98	11.43	...	4.97	5.36
42	9.47	12.70	...	4.82	5.90
43	9.55	11.63	...	6.98	5.56
44	10.98	10.20	...	7.90	7.27
45	8.64	10.57	...	7.59	7.98
46	10.77	9.55	...	4.51	5.63
47	7.91	10.60	...	6.84	5.70
48	10.73	11.10	...	7.29	6.73
49	10.81	11.70	...	6.94	7.27
50	10.32	12.68	...	5.86	5.09

首先,采用距离检验方法对表 1 和表 2 给出的数据进行一致性检验. 根据式 (1) 得到实测样本数据 X 与仿真样本数据 $\bar{Y}$ 之间的平均马氏距离 $D_M(X, \bar{Y})$ 的计算结果列于表 3, 在显著性水平

$\alpha = 0.05$ 下, 查表^[8]得 $F_{\alpha, n, m-n} = F_{0.05, 20, 30} = 1.932$, 根据式 (5) 可得距离检验的拒绝域为

$$D_M(X, \bar{Y}) \geq \frac{\sqrt{m^2 - 1}}{\sqrt{n(m - n)}} F_{\alpha, n, m-n} = 1.794$$

(14)

由表 3 结果可得, $D_M(X, \bar{Y}) = 1.855 > 1.794$, 所以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 判定实测时间序列与其仿真序列之间的差异显著. 图 2 给出了实测数据和仿真数据的对比图, 从中可以看出, 实测样本和仿真样本均值之间确实存在显著差异, 这与检验结果一致.

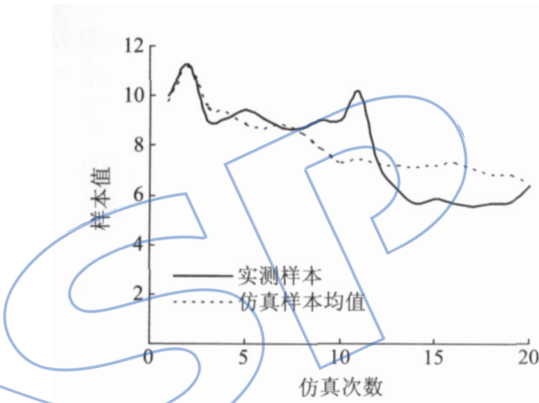


图 2 实测样本和仿真样本均值对比
Fig. 2 Comparison between measured sample and simulation sample mean

然后, 采用 TIC 方法, 对表 1 和表 2 给出的数据进行一致性检验, 根据式 (6) 计算 TIC 系数列于表 3, 由于 $\rho(x, y) < 0.3$, 一般工程可以认为实测序列与其仿真结果之间的差异不显著, 显然这与实际情况不符.

为了进一步考察原点选取对检验指标的影响情况, 令 $x'(t) = x(t) - c$, $y_i'(t) = y_i(t) - c$, 其中 $c = \frac{1}{20} \sum_{t=1}^{20} x(t) = 7.87$, 分别采用距离检验方法和 TIC 方法对新序列 $x'(t)$ 和 $y_i'(t)$ 之间的一致性进行检验, 检验结果列于表 3.

由表 3 可见, 选取不同的坐标原点, 计算出的 TIC 系数也会不同, 从而得到不同的甚至完全相反的检验结果. 所以, TIC 方法无法对仿真结果动态一致性进行定量检验, 也不能进行有效的定性检验, 而距离检验方法不受坐标原点选取的影响, 检验结论与实际情况相吻合, 能够很好的表征实测结果和仿真结果的一致性.

表 3 动态一致性检验对比结果

Table 3 Comparison result of dynamic consistency tests

检验方法	检验统计量	检验拒绝域	检验结果	
			坐标变换前	坐标变换后
距离检验方法	$D_M(X, \bar{Y})$	$D_M(X, \bar{Y}) \geq 1.794$	1.855 , 拒绝仿真结果	1.855 , 拒绝仿真结果
TIC 方法	TIC 系数	越大越不一致,一般为 $\rho(x, y) > 0.3$	0.069 , 接受仿真结果	0.367 , 拒绝仿真结果

3 结 论

采用理论分析和模拟算例,对距离检验方法和 TIC 方法进行对比研究,得出如下结论:

- 1) 距离检验方法能够给出拒绝域,实现了实测样本序列和仿真样本序列一致性的定量检验;而 TIC 方法所采用检验统计量 TIC 系数的统计分布未知,不能用来定量检验.
- 2) TIC 系数与坐标原点选取有关,可以通过坐标原点的选取使 TIC 系数变大或变小,甚至无限接近于零,也就是利用坐标原点的选取,任何仿真结果既可以让它通过检验,也可以不让它通过检验,因此,TIC 方法也不能对仿真结果动态一致性有效地进行定性检验.
- 3) 距离检验方法与坐标原点选取无关,不受量纲等因素的影响,这些特性从根本土保证了距离检验结果的有效性,提高了仿真结果动态一致性距离检验结果的可信程度.
- 4) 理论分析和大量工程应用表明,距离检验方法能够很好地对实测样本与仿真样本之间的一致程度进行定量检验.

参考文献:

[1] 刘藻珍,魏华梁. 系统仿真[M]. 北京:北京理工大学出版社,2004.

LIU Zaozhen, WEI Hualiang. System simulation [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2004. (in Chinese)

[2] Kheir N A, Holmes W M. On validating simulation models of missile systems [J]. Simulation, 1978, 30 (4):

117-128.

[3] 刘秀海,邓四二,滕弘飞. 卫星动量轮轴承组件的仿真可信度评估[J]. 航空动力学报, 2008, 23(9):1724-1730.

LIU Xiuhai, DENG Sier, TENG Hongfei. Simulation credibility evaluation of the momentum wheel bearing sub-assembly in the satellite [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(9):1724-1730. (in Chinese)

[4] 郑智琴,孟秀云. 某型导弹系统仿真模型验证[J]. 计算机仿真, 2004, 21(10):38-40.

ZHENG Zhiqin, MENG Xiuyun. Statistical validation of a missile system simulation method [J]. Computer Simulation, 2004, 21(10):38-40. (in Chinese)

[5] 傅惠民,陈建伟. 动态仿真结果距离检验方法[J]. 机械强度, 2007, 29(2):206-211.

FU Huimin, CHEN Jianwei. Distance test method for dynamic simulation results [J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(2):206-211. (in Chinese)

[6] 傅惠民,林逢春,陈建伟. 动态仿真结果相关性检验和分析方法[J]. 机械强度, 2007, 29(4):584-588.

FU Huimin, LIN Fengchun, CHEN Jianwei. Test and analysis method for correlation of dynamic simulation results [J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(4):584-588. (in Chinese)

[7] 杨维权,刘兰亭,林鸿洲. 多元统计分析[M]. 北京:高等教育出版社,1989.

YANG Weiquan, LIU Lanting, LIN Hongzhou. Multivariate statistical analysis [M]. Beijing: Higher Education Press, 1989. (in Chinese)

[8] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2004.

SHENG Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. Probability theory and symbolic statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. (in Chinese)